



Conocimiento didáctico-matemático movilizado por futuros profesores de matemáticas

Didactic-Mathematical Knowledge mobilized by future mathematics teachers

Lucas Athadeu Batista es máster en educación por la Universidade Estadual de Montes Claros, Brasil (lucas.atadeu@gmail.com) (<https://orcid.org/0000-0003-1755-6067>)

Dr. Edson Crisóstomo es profesor en la Universidade Estadual de Montes Claros, Brasil (edsoncrisostomo@yahoo.es) (<http://orcid.org/0000-0001-7078-243X>)

Dr. Josué Antunes de Macêdo es profesor en la Universidade Estadual de Montes Claros y en la Instituto Federal do Norte de Minas Gerais, Brasil (josueama@gmail.com) (<http://orcid.org/0000-0001-7737-7509>)

Recibido: 2022-03-01 / **Revisado:** 2022-06-12 / **Aceptado:** 2022-06-17 / **Publicado:** 2022-07-01

Resumen

Desde la perspectiva de la Educación Matemática, varios estudios se centran en la formación de profesores de matemáticas. Este artículo forma parte de una investigación de maestría. Tiene como objetivo analizar el conocimiento didáctico-matemático movilizado por los futuros profesores de matemáticas al resolver tareas centradas en temas relacionados con la Educación Financiera. Se trata de una investigación cualitativa desarrollada en el contexto de la formación de profesores, constituida por una muestra de estudiantes de licenciatura en matemáticas de dos instituciones públicas de enseñanza superior del norte de Minas Gerais (Brasil). Para la recolección de datos, se desarrolló un taller con cinco tareas, cuatro de ellas sincrónicas, realizadas por Google Meet, y una asincrónica, publicada en Google Classroom, que articulan contenidos matemáticos con temas articulados con la Educación Financiera, a saber: reflexión sobre una clase de matemáticas; reflexión sobre la inflación y los índices de precios; análisis de la financiación de la vivienda; análisis del interés y sus aplicaciones en las operaciones de crédito; elaboración de actividades relacionadas con las aplicaciones del interés. El análisis de los datos, realizado a partir de las dimensiones matemática y didáctica del modelo de Conocimiento Didáctico-Matemático (CDM), reveló que los futuros profesores movilizaron satisfactoriamente el conocimiento común del contenido matemático, parcialmente, el conocimiento ampliado. La movilización del conocimiento didáctico fue satisfactoria solo en la faceta cognitiva y parcial en las demás facetas del CDM.

Descriptores: Formación de profesores de matemáticas, Conocimiento Didáctico-Matemático, Educación Financiera.

Abstract

From the perspective of mathematics education, several studies focus on the training of mathematics teachers. This article is a part of a master's research. It aims to analyze the didactic-mathematical knowledge mobilized by future mathematics teachers when solving tasks centered on themes related to financial education. It is qualitative research developed in the context of teacher education, consisting of a sample of undergraduate students in mathematics from two public higher education institutions in the North of Minas Gerais (Brazil). For data collection, a workshop was developed with five tasks, four of which were synchronous, carried out by Google Meet, and one asynchronous, posted on Google Classroom, which articulates mathematical content with themes related to Financial Education, namely: Reflection on a class of math; reflecting on inflation and price indices; analyzing housing finance; analyzing interest and its applications in credit operations; elaborating activities related to interest applications. Data analysis, carried out from the mathematical and didactic dimensions of the Didactic-Mathematical Knowledge (DMK) model, revealed that future teachers satisfactorily mobilized the common knowledge of the mathematical content and, partially, the expanded knowledge. The mobilization of didactic knowledge was satisfactory only in the cognitive facet and partial in the other facets of the DMK.

Keywords: Mathematics teachers' formation, Didactic-Mathematical Knowledge, financial education.

1 Introducción

El profesorado juega un papel vital en el desarrollo de los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en los diferentes niveles educativos, lo que requiere una formación que le permita articular el conocimiento del contenido a enseñar con estrategias didácticas y metodológicas que superen los posibles obstáculos derivados de los fenómenos educativos.

En la Educación Matemática y en las Ciencias Naturales, la formación del profesorado es un tema relevante tratado en diferentes investigaciones (Gellert *et al.*, 2012; Ponte, 2014; Stahnke *et al.*, 2016; Potari y Ponte, 2017; Barros *et al.*, 2014). Más concretamente, una de las tendencias de la investigación está centrada en el *conocimiento especializado del contenido matemático* para la enseñanza. Godino *et al.* (2017), afirman que dicho conocimiento ha sido discutido por varios autores a través de diferentes perspectivas teóricas y que en la literatura específica relativa a la formación de profesores de matemáticas:

Se reconoce que la formación didáctica de los profesores es un campo de investigación científica y tecnológica que reclama atención por parte de la Didáctica de la Matemática, pues el desarrollo del pensamiento y de las competencias matemáticas básicas de los alumnos depende, de manera esencial, de dicha formación. (Godino *et al.*, 2017, p. 91)

Considerando la relevancia de las discusiones en torno a los conocimientos necesarios para el profesor (Breda *et al.*, 2018; Giacomone, 2018; Morales-Maure, 2019), este artículo pretende analizar el conocimiento didáctico-matemático que moviliza los futuros profesores de matemáticas al resolver tareas centradas en temas relacionados con la Educación Financiera desde la perspectiva de la Educación Matemática, cuya articulación se describirá a continuación.

La práctica docente que busca la aproximación entre los contenidos matemáticos y la reali-

dad a través de una perspectiva crítica y reflexiva pone de manifiesto la necesidad de articulación de la matemática con temas contextualizados, lo que puede ser potenciado a través de un abordaje de temas específicos de la Educación Financiera, especialmente relacionados al escenario económico actual. Reforzando esta idea, la Encuesta de Endeudamiento y Morosidad del Consumidor (PEIC), realizada por la Confederación Nacional de Comercio de Bienes, Servicios y Turismo-CNC (2021, p. 1, traducción nuestra) en Brasil, muestra que “el porcentaje de familias con deudas en el país [Brasil] terminó el año 2020 en un nivel alto, después de tres meses consecutivos de disminución”. Del mismo modo, las investigaciones proponen que se profundicen las discusiones sobre Educación Financiera en todos los sectores sociales, especialmente en las escuelas, dado que el manejo del dinero comienza en la infancia (Teixeira, 2015; Souza, 2018; Assis, 2019; Martins, 2019; Melo, 2019; Ferreira, 2020), lo que puede lograrse a través de la Educación Financiera Escolar (Silva y Powell, 2013).

Corroboramos la idea que destaca la potencialidad del abordaje de contenidos de Matemática Financiera, contextualizados y coherentes con la realidad de los estudiantes, tanto para trabajar la Educación Financiera Escolar desde el inicio de la Educación Básica (Teixeira, 2015) como para instrumentalizar la alfabetización financiera, que está directamente asociada a la:

Capacidad de leer, analizar e interpretar situaciones financieras; conocimiento de los elementos esenciales y necesarios de las matemáticas financieras pertinentes al contexto de las asignaturas; capacidad de adoptar una postura crítica razonada; capacidad de considerar las variables e implicaciones de sus acciones; tomar decisiones conscientes orientadas al bienestar financiero individual y social. (Sena, 2017, p. 58, traducción nuestra)

La investigación, aprobada por el Comité de Ética de la Investigación de la Universidad Estatal de Montes Claros (Unimontes) mediante



el Certificado de Apreciación Ética (CAAE) n° 30562920.6.0000.5146 y el Dictamen n° 4.031.671, consiste en una investigación cualitativa que, según Godoy (1995, p. 21, traducción nuestra), busca “captar el fenómeno estudiado desde la perspectiva de las personas involucradas en él, considerando todos los puntos de vista relevantes”. La muestra consistió en doce estudiantes de licenciatura en matemáticas de dos instituciones públicas del norte de Minas Gerais. La recogida de datos se realizó mediante el registro de las reuniones en *Google Meet*, las resoluciones y discusiones conjuntas de las tareas propuestas y las producciones de los participantes en *Google Classroom*. El análisis de los datos se centró en las categorías incluidas en el modelo de Conocimiento Didáctico-Matemático, desarrollado por Godino (2009) y Pino-Fan y Godino (2015).

En los siguientes apartados se aborda la síntesis de los fundamentos teóricos, la metodología, el análisis y discusión de los datos y las consideraciones finales.

1.1 Marco teórico

Esta investigación se centra en las herramientas teóricas desarrolladas en el contexto del Enfoque onto-semiótico del conocimiento y la instrucción matemática-EOS (Godino *et al.*, 2007).

Según el EOS, el profesor de matemáticas debe poseer un dominio del contenido matemático mucho más allá de los conocimientos que deben ser movilizados por los estudiantes del nivel educativo en el que va a trabajar. Sin embargo, considera que la movilización de este conocimiento por parte de los profesores no garantiza un desempeño convincente en los procesos de enseñanza y aprendizaje, ya que estos procesos son complejos, por lo que es imprescindible tener un conocimiento más profundo tanto de las matemáticas como de su didáctica, más allá del conocimiento manifestado/movilizado por los estudiantes.

Para investigar este conocimiento en el contexto de la formación de profesores de mate-

máticas, se desarrolló el modelo de Conocimiento Didáctico-Matemático (CDM) (Godino, 2009; Pino-Fan y Godino, 2015) del EOS, que se articula con otros modelos relacionados con el conocimiento del profesor, como el Conocimiento Pedagógico del Contenido (Shulman, 1986, 1987), el Conocimiento Matemático para la Enseñanza (Hill *et al.*, 2008) y la noción de Competencia (Shoenfeld y Kilpatrick, 2008).

Este modelo interpreta y caracteriza el conocimiento del profesor, lo cual se aborda en esta investigación desde dos dimensiones: la matemática y la didáctica.

La dimensión matemática se refiere al conocimiento específico de las matemáticas, incluyendo las subcategorías *conocimiento común* y el *conocimiento ampliado* del contenido, como señala Carvalho (2017). La primera se refiere a lo que el profesorado necesita saber sobre un objeto matemático específico para resolver problemas y tareas propuestas en los libros de texto y otros recursos materiales y tecnológicos en un determinado nivel educativo (conocimiento compartido entre profesor y estudiante). Por otro lado, la segunda permite al profesor/profesora establecer una relación entre el objeto matemático de estudio y otras nociones matemáticas del mismo nivel educativo y de niveles superiores.

La dimensión didáctica incluye las seis categorías de análisis que se describen a continuación.

Epistémica: relativa al conocimiento didáctico-matemático del profesor, es la comprensión de las matemáticas para su enseñanza, permite realizar la diversidad de representaciones de un objeto matemático, resolver una tarea por diferentes métodos, establecer relaciones entre el objeto matemático de estudio y otros objetos matemáticos de niveles educativos anteriores y posteriores. Esta faceta integra tanto las nociones del modelo de proficiencia (Shoenfeld y Kilpatrick, 2008) sobre conocer las matemáticas encolares con profundidad y con amplitud como las ideas de contenido especializado del contenido (Hill *et al.*, 2008).



Cognitiva: referida al conocimiento de cómo el alumnado aprende matemáticas, lo que permite establecer una relación entre los significados personales (conocimiento del estudiante), los significados institucionales (conocimiento desde el punto de vista del centro educativo) y la planificación de las clases, teniendo en cuenta la previsión de posibles errores y dificultades.

Afectiva: inherente a los factores afectivos y emocionales de los estudiantes respecto a los objetos matemáticos. Tiene que ver con los conocimientos necesarios para asimilar los estados de ánimo de los y las estudiantes y los factores que motivan o no la resolución de un problema matemático. Tanto la faceta cognitiva como la afectiva incorporan y amplían las nociones de conocimiento sobre el estudiante y sus características (Shulman, 1987), sobre el conocimiento de los estudiantes como personas que piensan y aprenden (Schoenfeld y Kilpatrick, 2008), y sobre el conocimiento del contenido y de los estudiantes (Hill *et al.*, 2008).

Interaccional: se relaciona con los conocimientos que permiten predecir, implementar y evaluar los momentos de interacción entre profesores y estudiantes, entre estudiantes, entre otros que se dan en los procesos de enseñanza y aprendizaje. Esta faceta tiene en cuenta las ideas de construcción de relaciones que apoyan el aprendizaje, propuesta por la noción de competencia para la enseñanza (Schoenfeld y Kilpatrick, 2008), que involucra conocimientos para prever, implementar y evaluar secuencias de interacciones realizadas por profesores y estudiantes que participan en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Mediacional: se refiere al conocimiento del profesor relativo a la utilización de los recursos materiales y tecnológicos, así como la asignación del tiempo para potenciar el aprendizaje de un contenido matemático.

Ecológica: se refiere al conocimiento del profesor sobre la interdisciplinariedad, el currículo de matemáticas y los contextos sociales, políticos y económicos.

Las facetas que conforman la dimensión didáctica permiten analizar, describir y desarrollar el conocimiento del profesor o futuro profesor involucrados en las distintas fases del proceso de enseñanza y aprendizaje. Ante una tarea matemática, el profesor debe ser capaz de movilizar la diversidad de significados que surgen de ella, presentando diferentes resoluciones a partir de diversas representaciones, explicaciones y justificaciones, además de promover adaptaciones al nivel de conocimiento de los estudiantes (Godino *et al.*, 2017).

2 Metodología

Esta investigación es cualitativa, siguiendo la propuesta de recolección y análisis de datos. Los datos fueron analizados a través del análisis de contenido (Bardin, 2016) a partir de las categorías propuestas por CDM.

Según Bardin (2016), el análisis de contenido se organiza en tres etapas, pre-análisis, exploración del material, tratamiento de los resultados, inferencia e interpretación.

El pre-análisis tiene como objetivo la elección y elaboración de indicadores. A su vez, la exploración del material consiste en los procedimientos de codificación, descomposición o enumeración, a partir de reglas preestablecidas. El tratamiento de los datos busca una condensación de la información importante a partir de la cual se harán inferencias.

Los datos fueron recolectados a partir del desarrollo de un taller en la plataforma digital *Google Meet*, a través de cinco encuentros remotos, con duración de cuatro horas cada uno, para una muestra constituida por doce estudiantes de licenciatura en matemáticas, durante enero de 2021.

Para el desarrollo del taller se propusieron cuatro tareas sincrónicas y una asincrónica, que articulan contenidos matemáticos con los siguientes temas relacionados con la Educación Financiera:



- Tarea 1: Reflexión sobre una lección de matemáticas.
- Tarea 2: Reflexión sobre la inflación y los índices de precios del IPCA y del INPC.
- Tarea 3: Análisis de la financiación de la vivienda en el contexto nacional.
- Tarea 4: Análisis del interés y sus aplicaciones en las operaciones de crédito.
- Tarea 5: Elaboración de actividades relacionadas con las aplicaciones de los tipos de interés.

Las tareas sincrónicas (1 a 4) se desarrollaron en grupo, con posterior socialización y discusión de respuestas en plenaria, mientras que la tarea 5, asincrónica, se llevó a cabo de manera individual, con posterior socialización en plenaria. Se elaboraron las transcripciones de las grabaciones, que se utilizaron en el análisis y discusión de resultados, junto con las demás actividades desarrolladas por los participantes y publicadas en *Google Classroom*. El análisis de los datos se realizó con base en las dimensiones y facetas contempladas en el CDM y/o adaptadas de Godino (2009).

3 Resultados y discusión

El análisis de los datos recogidos en el taller se llevó a cabo a partir de las dimensiones matemática y didáctica del modelo CDM. En este sentido, presentamos el análisis de los datos a través de las facetas/indicadores contemplados en dichas dimensiones.

3.1 Dimensión matemática

La dimensión matemática del CDM se analizará a través del *conocimiento común*, referido a los

conocimientos matemáticos movilizados por los futuros profesores de matemáticas y relacionados con los contenidos matemáticos contemplados en las tareas propuestas, y del *conocimiento ampliado*, referido a los conocimientos matemáticos movilizados por los futuros profesores y relacionados con niveles de estudio más avanzados, articulación intramatemática de los contenidos y generalizaciones.

Para analizar el conocimiento común y ampliado, tomamos como referencia la Tarea 4, que consistió en 21 ítems, incluyendo tres situaciones-problema que nos permitieron investigar el conocimiento común y ampliado. Tomamos como indicadores los siguientes indicadores:

Conocimiento común: Moviliza correcta, parcial o inadecuadamente los conocimientos matemáticos para resolver tareas.

Conocimiento ampliado: Realiza generalizaciones al resolver tareas y las conecta con otros contenidos más avanzados.

El conocimiento común del contenido consiste en el conocimiento matemático del futuro profesor relativo al mismo nivel que impartiría clase (Secundaria y Bachillerato). Se analizará a través de las situaciones-problema 1, 2 y 3 de la Tarea 4, siendo las dos primeras adaptadas del Examen Nacional de Bachillerato (*ENEM: Exame Nacional do Ensino Médio*), que requieren la movilización de conocimientos matemáticos relacionados con la Matemática Financiera, cuyos temas se contemplan con mayor frecuencia en las actividades relacionadas con la Educación Financiera (Gaban, 2016; Martins, 2019). La primera situación-problema abordó la financiación inmobiliaria, como se explica en la figura 1.



Figura 1

Situación-problema 1

(ADAPTADO DE ENEM - 2015) Una pareja realiza una financiación inmobiliaria de R\$ 180 000,00, a pagar en 360 cuotas mensuales, con una tasa de interés efectiva del 1% mensual. La primera cuota se paga un mes después de la liberación de los fondos, y el importe de la cuota mensual es de R\$ 500,00 más el 1% de interés sobre el saldo pendiente (importe vencido antes del pago). Tenga en cuenta que, con cada pago, el saldo pendiente se reduce en R\$ 500,00, y considere que no hay ninguna cuota vencida. Haciendo los pagos de las cuotas regularmente, pedimos:

- a) El cálculo detallado del importe de la cuota pagada en el 10º mes, utilizando tres estrategias diferentes.
- b) Nombra los conceptos matemáticos utilizados en la resolución de esta situación-problema.
- c) Identifique las propiedades y/o teoremas utilizados en las diferentes soluciones de la situación-problema 1.
- d) Justifica tu respuesta con un argumento lógico.

Nota. Datos de investigación.

Todos los grupos movilizaron correctamente los conocimientos necesarios para encontrar la solución de la situación-problema 1. Los demás ítems se tratarán más adelante en la faceta epistémica de la dimensión didáctica.

La primera parte de la situación-problema 2 de la Tarea 4, descrita en la Figura 2, contempla las operaciones de crédito y se analizará a continuación.

Figura 2

Situación-problema 2 de la Tarea 4

(ADAPTADA DE ENEM - 2000) Juan quiere comprar un auto cuyo precio al contado es de R\$ 21.000,00, y este valor no se reajustará en los meses siguientes.

Él dispone de R\$ 20.000,00, que pueden usarse a una tasa de interés compuesto del 2% mensual, y opta por dejar todo su dinero aplicado hasta que el monto alcance el valor del auto.

Selecciona la alternativa correcta relacionada con el tiempo que Juan debe esperar para comprar el auto:

- a) () dos meses, y tendrá la cantidad exacta.
- b) () tres meses, y tendrá la cantidad exacta.
- c) () tres meses, y le quedarán aproximadamente R\$225,00.
- d) () cuatro meses, y tendrá la cantidad exacta.
- e) () cuatro meses, y le sobrarán aproximadamente R\$430,00.

2.1 Resuelve la situación-problema., registrando todos los cálculos y procedimientos utilizados.

[Recuerda la fórmula $Mn = C \cdot (1+i)^n$, donde Mn : importe en el período n ; C : capital; i : tasa; n : período].

Nota. Datos de investigación.



Observamos que todos los grupos marcaron la alternativa correcta para la resolución del problema 2. Sin embargo, cuando analizamos las diferentes soluciones presentadas para el ítem (2.1), identificamos que el Grupo 4 cometió

un error al presentar una solución utilizando el interés simple, lo cual no es coherente con la resolución de la situación-problema propuesta que se relaciona con el sistema de capitalización compuesto, lo cual puede verse en la figura 3.

Figura 3

Solución de la situación-problema 2 por el Grupo 4

Handwritten solution for Group 4:

$$M = 20.000$$

$$J = C.i.t$$

$$J = 20.000 \cdot 0,02 \cdot 3$$

$$J = 1.200$$

Después $20.000 + 1.200 = 21.200$

Después con 3 meses de intereses el valor.

Nota. Datos de investigación.

Al tratarse de una cuestión objetiva, la resolución propuesta por el Grupo 4, aunque utilizó un procedimiento erróneo, les permitió encontrar un valor cercano a la alternativa correcta. Esperábamos que los participantes en la investigación llegaran al resultado correcto calculando la cantidad mes a mes o aplicando la fórmula del interés compuesto considerando el tiempo como variable.

El conocimiento ampliado del contenido se analizará a partir de los ítems 2.3 de la situación-problema 2 y en la situación-problema 3 de la tarea 4, que contemplan la deducción de una fórmula para calcular el importe y la resolución de un problema relacionado con el factor de acumulación de capital, con la posterior deducción de la fórmula, como se muestra en las figuras 4 y 5.

Figura 4

Situación-problema 2 de la Tarea 4

SITUACIÓN-PROBLEMA 2 (2ª parte):

(ADAPTADO DE ENEM - 2000) Juan quiere comprar un auto cuyo precio al contado es de R\$ 21.000,00, y este valor no se reajustará en los meses siguientes.

Dispone de R\$ 20.000,00, que pueden aplicarse a una tasa de interés compuesto del 2% mensual, y opta por dejar todo su dinero aplicado hasta que el importe alcance el valor del auto. [...]

2.3 [...] Deduzca la expresión general (fórmula) para calcular el importe.

Nota. Datos de investigación.



Figura 5

Situación-problema 3 de la Tarea 4

ADAPTADA-MATEMÁTICA FINANCEIRA) Determina el valor del importe, al final del quinto mes, de una serie de 5 cuotas mensuales, iguales y consecutivas, por un valor de R\$ 100,00 cada una, a una tasa del 4% mensual, sabiendo que la primera cuota se aplica al final del primer mes, es decir, a 30 días de la fecha tomada como base (importe cero), y que la última, al final del quinto mes, coincide con el momento en que se solicita el importe. [...]

3.2 Deduzca la expresión (fórmula) para calcular las cuotas mensuales.

Nota. Datos de investigación.

La situación-problema 3 fue resuelta correctamente por los grupos 3 y 4. Sin embargo, solo los estudiantes del Grupo 4 pudieron deducir la fórmula propuesta en el ítem 3.2, lo que demuestra que los futuros profesores de matemáticas tienen dificultades en la deducción de fórmulas y generalizaciones matemáticas. Sin embargo, aunque los futuros profesores movilizaron el conocimiento común del contenido relacionado con el interés simple y compuesto, y la suma de términos de la progresión geométrica, los resultados de esta investigación muestran una baja movilización del conocimiento ampliado.

Por otro lado, corroboramos el hallazgo de Coutinho y Teixeira (2015) de que los profesores no tienen una formación adecuada en Matemática Financiera, lo que compromete la inserción de la Educación Financiera en la Educación Básica.

3.2 Dimensión didáctica

La dimensión didáctica, que se refiere al conocimiento para la enseñanza de las matemáticas, se analizará a través de las seis facetas del modelo de Conocimiento Didáctico-Matemático: epistémica, cognitiva, afectiva, interaccional, mediacional y ecológica. Cada faceta se sintetizará a partir de los siguientes indicadores:

Epistémica: Resuelve tareas utilizando diferentes representaciones, utiliza conceptos y propiedades y justifica las soluciones de las tareas.

Cognitiva: Describe posibles conflictos de aprendizaje cuando los estudiantes resuelven las tareas.

Afectiva: Describe las estrategias que motivan a los estudiantes a realizar la tarea.

Interaccional: Presenta métodos para implementar secuencias de interacciones entre los agentes que participan en el proceso de enseñanza y aprendizaje.

Mediacional: Valora la adecuación del tiempo y la contribución del uso de materiales y recursos tecnológicos.

Ecológica: Identifica los elementos del currículo que se abordan en las tareas y los factores sociales, materiales y de otro tipo que condicionan su realización.

La faceta epistémica abarca el conocimiento del contenido matemático requerido para la enseñanza en el nivel escolar específico. Esta investigación incluye tareas relacionadas con los objetos de estudio específicos de las Matemática Financiera. El análisis de esta faceta reveló que todos los grupos pudieron encontrar la solución correcta para la situación-problema propuesta. Sin embargo, presentaron dificultades relacionadas con la elaboración de las soluciones a través de diferentes representaciones, predominando en todos los grupos la solución del Grupo 2 que se muestra en la figura 6.



Figura 6

Procedimiento común a todos los grupos

$$\begin{aligned}
 1^\circ & \rightarrow 500 + 1\% \text{ de } 190.000 \\
 2^\circ & \rightarrow 500 + 1\% \text{ de } 179.500 \\
 3^\circ & \rightarrow 500 + 1\% \text{ de } 179.000 \\
 & \vdots \\
 & \vdots \\
 & \vdots \\
 10^\circ & \rightarrow 500 + 1\% \text{ de } 125.500 \\
 \text{Logo } & 500 + 1\% \text{ de } 125.500 \\
 & \rightarrow 500 + 1255 = 2255
 \end{aligned}$$

Nota. Datos de investigación.

Los ítems b, c y d están relacionados con la identificación de conceptos matemáticos, propiedades y teoremas, y la argumentación lógica que justifica la respuesta. Aunque todos los grupos encontraron la solución correcta a la situación-problema 1, hubo una dificultad generalizada en estos ítems.

Según Pino-Fan y Godino (2015), la faceta epistémica se refiere a la capacidad del profesor para resolver una tarea matemática a través de diferentes procedimientos, identificar los conceptos matemáticos que surgen durante la resolución y relacionar el objeto matemático abordado con otros del mismo nivel educativo y posteriores. Corroborando estas ideas, Carpes y Bisognin (2020) consideran la habilidad del profesor como una de las herramientas esenciales para el desarrollo del pensamiento y el aprendizaje del estudiante, ya que permite identificar los conocimientos emergentes o prerrequisitos necesarios para resolver una tarea.

La faceta cognitiva permite analizar los conocimientos del futuro docente relacionados con el aprendizaje y la comprensión matemática de los estudiantes de Secundaria y Bachillerato siendo analizada a través de las tareas 2, 3 y 4. A partir de las respuestas presentadas por los gru-

pos, fue posible identificar el predominio de tres tipos de errores o dificultades: (1) falta de comprensión del concepto central abordado por la tarea y su aplicación; (2) escasos conocimientos previos de los conceptos matemáticos necesarios para realizar la tarea; y, (3) uso inadecuado de las tecnologías digitales.

Podemos inferir que los posibles errores y dificultades expresados por los participantes en la investigación estarían justificados porque estas tareas estaban contextualizadas con temas cotidianos y contemplaban tanto la Educación Financiera como la Matemática Financiera. La Tarea 2 aborda situaciones-problema relacionadas con la inflación y los indexadores; la Tarea 3 se centra en simulaciones a través de la *página web* de la *Caixa Econômica Federal* y discusiones relacionadas con la toma de decisiones sobre la financiación inmobiliaria; y, la Tarea 4 trata sobre el interés y las operaciones de crédito. Entendemos que una de las posibles razones por las que los futuros profesores han considerado como obstáculo la falta de comprensión de los conceptos por parte de los estudiantes de secundaria y bachillerato puede estar asociada a su poca afinidad con los temas abordados en las actividades propuestas. En cuanto al segundo



error/dificultad indicada, destacamos que todas las tareas se centran en contenidos relacionados con la Matemática Financiera, especialmente los porcentajes y el interés simple y compuesto, lo que exigiría de los estudiantes de secundaria y bachillerato conocimientos previos necesarios para el desarrollo de las tareas, que pueden no estar bien consolidados. En cuanto al tercer error/dificultad mencionado, destacamos que todas las tareas del taller se desarrollaron a través de la enseñanza a distancia y, además, la realización de las tareas 2 y 3 requirió el acceso a Internet y la manipulación de algunos recursos tecnológicos, como la calculadora del Índice de Precios al Consumidor Amplio (IPCA) y el simulador de vivienda de la *Caixa Econômica Federal*, lo que nos lleva a interpretar que estas posibles dificultades podrían estar relacionadas con la falta de habilidades de los propios profesores para acceder y manipular aplicaciones y recursos tecnológicos específicos.

La faceta afectiva se ocupa del conocimiento docente relativo a los aspectos emocionales, afectivos y actitudinales de los estudiantes en relación con los objetos matemáticos. Algunos estudios (Machado *et al.*, 2010; Zan *et al.*, 2006) destacan la existencia de una considerable correlación entre afectividad y cognición, en el sentido de que la afectividad emana de la cognición, y la cognición forma parte de la afectividad. Los participantes de la investigación destacaron la Educación Financiera como un “tema” que favorece el aprendizaje porque permite al estudiante abordar el tema de estudio con situaciones de su vida cotidiana, dando a los contenidos matemáticos una perspectiva menos abstracta, destacando el carácter relevante del conocimiento matemático en el sentido de posibilitar la aplicabilidad de las matemáticas en situaciones que permiten al individuo comprender y resolver situaciones cotidianas (Seah y Bishop, 2000; Campos *et al.*, 2015, Ribeiro *et al.*, 2018).

La faceta interaccional contempla el conocimiento profesional necesario sobre las interacciones entre los agentes que participan en el

proceso de enseñanza. En el análisis de esta faceta, encontramos que los participantes de la investigación señalaron la relevancia de desarrollar actividades en grupo o en pareja, argumentando que las discusiones entre los estudiantes potenciarían el aprendizaje. En este sentido, Brandão y Neres (2018) señalan un papel fundamental del docente en el desarrollo de actividades que promuevan la cooperación y la colaboración de todos los sujetos implicados en el proceso educativo para proporcionar un ambiente más atractivo y potenciar el desarrollo cognitivo del estudiante.

En cuanto al uso de los recursos materiales y tecnológicos, así como a la adecuación del tiempo para el desarrollo de las tareas, aspectos contemplados en la faceta mediacional, los futuros profesores enfatizaron la necesidad de ajustar la carga de trabajo de manera que permita el repaso de los contenidos matemáticos relacionados con los conocimientos previos, y la preparación docente para un uso satisfactorio de los recursos tecnológicos que deben estar disponibles para atender las demandas escolares.

A continuación, se presentan algunos extractos tomados de la discusión colectiva que tuvo lugar durante la segunda reunión, retratando algunas concepciones relacionadas con la preparación para el uso de los recursos tecnológicos:

A10: No me siento preparado para enseñar matemáticas con tecnologías; considero que lo que me enseñaron durante mi formación es poco. Incluso si la escuela donde voy a trabajar me proporciona el recurso, no me sentiría preparado.

A1: Para complementar lo dicho por A10, me siento preparada solo para dar una clase de calidad utilizando GeoGebra o Excel porque fueron los únicos *programas informáticos* que utilizamos durante mis estudios de grado. Creo que el abordaje de actividades relacionadas con los recursos tecnológicos en las instituciones de educación superior es insuficiente para preparar a los estudiantes de la licenciatura en matemáticas para utilizarlos adecuadamente en sus clases.



Cardoso y Figueira Sampaio (2019) afirman que, a pesar de que la tecnología forma parte de la vida cotidiana de una parte considerable de la población, todavía existen obstáculos para su inserción en las clases. Una de las razones destacadas se refiere a la deficiencia de la utilización de recursos tecnológicos en la formación inicial de los profesores.

La *faceta ecológica* considera el conocimiento del currículo que contempla el objeto de estudio de las matemáticas en el nivel educativo correspondiente, su articulación con otros currículos y los factores sociales, políticos y económicos (Pino-Fan y Godino, 2015).

Para reflexionar sobre los conocimientos relacionados con esta faceta, se indagó a los participantes de esta investigación sobre la organización de los temas relacionados con la Matemática Financiera a lo largo de los niveles de escolaridad y el abordaje de la Educación Financiera en el currículo de Matemáticas de secundaria y bachillerato. En cuanto al conocimiento de los contenidos matemáticos contemplados en los currículos de matemática relacionados con la Matemática Financiera, todos los grupos expresaron un conocimiento satisfactorio. Sin embargo, respecto a la inserción de la Educación Financiera en las clases de Matemáticas de secundaria y bachillerato, los Grupos 1 y 4 no expresaron ninguna opinión, el Grupo 3 no supo opinar y solo el Grupo 2 ha puesto de manifiesto una posición relativamente consistente.

El análisis de la faceta ecológica de la dimensión didáctica del CDM revela que los futuros profesores de matemáticas movilizaron satisfactoriamente los conocimientos sobre la Matemática Financiera. Sin embargo, no pudieron movilizar adecuadamente el conocimiento sobre la inserción de la Educación Financiera en el currículo de Matemáticas ni establecer su relación con otros contenidos matemáticos o interdisciplinarios. Esto nos lleva a identificar la necesidad de desarrollar procesos de formación centrados en la Educación Financiera en el

contexto de la formación de los profesores que enseñan matemáticas.

4 Conclusiones

Este artículo consiste en parte de una investigación realizada en el contexto de una maestría, con el objetivo de analizar el Conocimiento Didáctico-Matemático (CDM) movilizado por los futuros profesores de matemáticas al resolver tareas centradas en temas relacionados con la Educación Financiera Escolar.

En consonancia con el objetivo, esta investigación nos permitió indagar en un proceso formativo centrado en los contenidos de Matemática Financiera a través del enfoque contextualizado de contenidos relacionados con situaciones reales (Teixeira, 2015) para los futuros profesores de matemáticas.

En consonancia con los supuestos de la Educación Matemática Crítica, tanto profesores como futuros profesores asumieron un papel fundamental en los procesos de enseñanza y aprendizaje de los conceptos de Matemática Financiera contemplados en las diferentes tareas desarrolladas desde la perspectiva de la Educación Financiera Escolar, lo que contribuyó a la formación de los futuros profesores de matemáticas para el desarrollo de la Educación Financiera en la escuela (Campos *et al.*, 2015).

El análisis de la dimensión matemática del CDM reveló que los futuros profesores de matemáticas movilizaron correctamente el conocimiento común del contenido al presentar soluciones correctas a todas las preguntas seleccionadas, excepto el Grupo 4, que movilizó parcialmente el conocimiento matemático y se equivocó en la solución de la situación-problema 2, y los Grupos 1 y 2, que presentaron soluciones incorrectas a la situación-problema 3 de la Tarea 4. En cuanto a la dimensión ampliada del conocimiento matemático, su análisis se realizó a partir de las tareas relacionadas principalmente con las deducciones formales y las generalizaciones, lo que apuntó a una baja movilización.



Los resultados mostraron las dificultades de los futuros profesores en el paso del pensamiento matemático elemental al avanzado (Tall, 2002).

En cuanto a la dimensión didáctica del CDM, la investigación buscó analizar el conocimiento didáctico movilizado por los futuros profesores de matemáticas a partir de los indicadores relacionados con las facetas epistémica, cognitiva, afectiva, interaccional, mediacional y ecológica. Por los indicadores utilizados, consideramos que el conocimiento didáctico fue movilizado satisfactoriamente en la faceta cognitiva y parcialmente en las demás facetas.

Los resultados de esta investigación señalan la potencialidad del CDM para realizar investigaciones centradas en el análisis, categorización, producción y/o movilización del Conocimiento Didáctico-Matemático en el contexto de la formación de futuros profesores de matemática. Además, permiten considerar como perspectivas para futuras investigaciones el desarrollo de estudios relacionados con las fases del diseño didáctico orientado a la movilización del CDM de futuros profesores de matemáticas sobre la Educación Financiera, así como estudio y adaptación de criterios de idoneidad a la complejidad de objetos de Matemática Financiera contemplados en procesos formativos y/o actividades centradas en Educación Financiera.

Referencias bibliográficas

- Assis, M. R. S. (2019). *Estudo sobre as crenças de futuros professores de matemática em relação à educação financeira*. [Tese de Doutorado em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo]. Repositório PUCSP. <https://bit.ly/3QL83zc>
- Barros, E. C., Galarza, C. B. y Herrera, J. F. (2014). El aprendizaje basado en proyectos y la autoeficacia de los/las profesores/as en la formulación de un plan de clase. *Alteridad*, 9(1), 56-64. <https://doi.org/10.17163/alt.v9n1.2014.05>
- Bardin, L. (2016). *Análise de Conteúdo*. Edições 70.
- Brandão, R. J. B. y Neres, R. L. (2018). A importância das relações afetivas no ensino de matemática nos anos iniciais do ensino fundamental. *Pesquisa em Foco*, 23(1), 27-42. <https://doi.org/10.18817/pef.v23i1.1651>
- Breda, A., Font, V. y Pino-Fan, L. R. (2018). Criterios valorativos y normativos en la Didáctica de las Matemáticas: el caso del constructo idoneidad didáctica. *Bolema: boletim de educação matemática*, 32(60), 255-278. <https://doi.org/10.1590/1980-4415v32n60a13>
- Campos, C. R., Barroseira, J., de Queiroz, C. y Coutinho, S. (2015). Reflexões sobre a educação financeira e suas interfaces com a educação matemática crítica. *Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática*, 17(3), 556-577. <https://bit.ly/3xXYnur>
- Cardoso, M. C. S. A. y Figueira-Sampaio, A. S. (2019). Dificuldades para o uso da informática no ensino: percepção dos professores de matemática após 40 anos da inserção digital no contexto educacional brasileiro. *Educação Matemática Pesquisa: Revista do Programa de Estudos Pós-Graduados em Educação Matemática*, 21(2), 44-84. <https://doi.org/10.23925/1983-3156.2018v21i2p044-084>
- Carpes, P. P. G. y Bisognin, E. (2020). Uma análise dos níveis de conhecimento didático-matemático de licenciandos para o ensino de números racionais. In A. N., Silva y A. R. L., Vieira (eds.), *Prospecção de Problemas e Soluções nas Ciências Matemáticas 3* (pp. 116 a 127). Atena Editora. <https://doi.org/10.22533/at.ed.57620080914>
- Carvalho, J. I. F. (2017). *Um estudo sobre os conhecimentos didáticos-matemáticos de probabilidade com professores de matemática dos anos finais do ensino fundamental* [Tese Doutorado em Educação Matemática, Universidade Anhanguera de São Paulo]. <https://bit.ly/3u2WZUt>
- CNC-Confederação Nacional do Comércio de Bens, Serviços e Turismo (2021). Peic anual: Perfil do endividamento das famílias brasileiras em 2021. *Pesquisa de endividamento e inadimplência do consumidor (Peic)*. <https://bit.ly/3vrWd4F>
- Coutinho, C. Q. S. y Teixeira, J. (2015). Letramento Financeiro: um diagnóstico de saberes



- docentes. *Revista Eletrônica de Educação Matemática*, 10 (2), 01-22.
<https://doi.org/10.5007/1981-1322.2015v10n2p1>
- Ferreira, S. M. (2020). *Construção de conceitos de educação Financeira escolar na formação inicial de professores dos anos iniciais na perspectiva da educação matemática realística* [Tese de Doutorado em Ensino de Ciências e Matemática, Universidade Franciscana]. <https://bit.ly/3tZh5ig>
- Gaban, A. A. (2016). *Educação financeira e o livro didático de Matemática: uma análise das coleções aprovadas no PNLD 2015 para o Ensino Médio*. [Dissertação de Mestrado Profissional em Ensino de Matemática, Instituto de Matemática e Estatística da Universidade de São Paulo].
<https://doi.org/10.11606/D.45.2018.tde-15052018-195816>
- Gellert, U., Hernández, R. B. y Chapman, O. (2012). Research methods in mathematics teacher education. In *Third international handbook of mathematics education* (pp. 327-360). Springer International Handbooks of Education, 27. Springer.
https://doi.org/10.1007/978-1-4614-4684-2_11
- Giacomone, B. (2018). *Desarrollo de competencias y conocimientos didáctico-matemáticos de futuros profesores de educación secundaria en el marco del enfoque ontosemiótico* [Doctorado Tesis en Ciencias de la Educación, Universidad de Granada]. <https://bit.ly/3NftNjL>
- Godino, J. D. (2009). Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de Matemáticas. *UNIÓN, Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 20, 13-31. <https://bit.ly/3Kqj4Si>
- Godino, J. D., Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM*, 39(1), 127-135.
<https://doi.org/10.1007/s11858-006-0004-1>
- Godino, J. D., Giacomone, B., Batanero, C. y Font, V. (2017). Enfoque ontosemiótico de los conocimientos y competencias del profesor de matemáticas. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 31, 90-113.
<https://doi.org/10.1590/1980-4415v31n57a05>
- Godoy, A. S. (1995). Introdução à pesquisa qualitativa e suas possibilidades. *Revista de administração de empresas*, 35(2), 57-63.
<https://doi.org/10.1590/S0034-75901995000200008>
- Hill, H. C., Ball, D. L. y Schilling, S. G. (2008). Unpacking pedagogical content knowledge: Conceptualizing and measuring teachers' topic-specific knowledge of students. *Journal for research in mathematics education*, 39(4), 372-400.
<https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.39.4.0372>
- Machado, M. C., Frade, C. y Falcão, J. T. R. (2010). Influência de aspectos afetivos na relação entre professor e alunos em sala de aula de matemática. *Boletim de Educação Matemática*, 23 (36), 683-713.
<https://bit.ly/3vNZMRr>
- Martins, L. P. (2019). *Um estudo de caso sobre o conhecimento matemático para o planejamento de aulas de Educação Financeira*. [Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo]. <https://bit.ly/3ycWloT>
- Melo, D. P. (2019). *Educação financeira e matemática financeira: compreendendo possibilidades a partir de um grupo de estudo com professores do ensino médio*. [Dissertação de Mestrado em Educação Matemática e Tecnológica, Universidade Federal de Pernambuco]. <https://bit.ly/3QLKarq>
- Morales Maure, L. M. (2019). *Competencia de análisis e intervención didáctica del docente de primaria en Panamá*. [Tesis Doctoral Didáctica de Las Ciencias, Las Lenguas, Las Artes y Las Humanidades, Universitat de Barcelona]. <https://bit.ly/3yhCbeh>
- Pino-Fan, L. R. y Godino, J. D. (2015). Perspectiva ampliada del conocimiento didáctico-matemático del profesor. *Paradigma*, 36(1), 87-109. <https://bit.ly/3rV4jjN>
- Ponte, J. P. D. (2014). Formação do professor de Matemática: perspectivas atuais. In J. P. D., Ponte (Org.), *Práticas profissionais dos professores de Matemática*, 1, (pp. 343-360). Universidade de Lisboa, Instituto de Educação. <https://bit.ly/3LyFbaw>
- Potari, D. y Ponte, J. P. (2017). Current Research on Prospective Secondary Mathematics Teachers' Knowledge. En G. Kaiser (ed.), *The Mathematics Education of Prospective Secondary Teachers Around the World* (pp. 3-15). Springer, Cham.
https://doi.org/10.1007/978-3-319-38965-3_2



- Ribeiro, M., Policastro, M., Marmoré, J. y Bernardo, R. (2018). Conhecimento Especializado do professor que ensina Matemática para atribuir sentido à divisão e ao algoritmo. *Educação Matemática em Revista-RS*, 1(19), 152-167. <https://bit.ly/3vqmxvZ>
- Schoenfeld, A. H. y Kilpatrick, J. (2008). Toward a theory of proficiency in teaching mathematics. In D. Tirosh y T. Wood (eds.), *Tool and processes in mathematics teacher education* (pp. 321-354). Sense Publishers. <https://bit.ly/3OXol7x>
- Seah, W. T. y Bishop, A. J. (2000, April 24-28). Values in mathematics textbooks: A view through two Australasian regions. *Paper presented at the 81st Annual Meeting of the American Educational Research Association*, New Orleans, LA. <https://bit.ly/3s1ijIS>
- Sena, F. D. L. (2017). *Educação financeira e estatística: estudo de estruturas de letramento e pensamento*. [Dissertação de Mestrado em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo]. <https://bit.ly/3NoRINQ>
- Shulman, L. S. (1986). Those Who Understand: Knowledge Growth in Teaching. *Educational Researcher, American Educational Research Association*, 15(2), 4-14. <https://doi.org/10.3102/0013189X015002004>
- Shulman, L. S. (1987). Knowledge and teaching: foundations of the new reform. *Harvard Educ. Rev.* 57(1), 1-23. <https://doi.org/10.17763/haer.57.1.j463w79r56455411>
- Souza, R. A. (2018). *Educação financeira: uma abordagem centrada na modelagem matemática*. [Tese de Doutorado em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo]. <https://bit.ly/3boftby>
- Stahnke, R., Schueler, S. y Roesken-Winter, B. (2016). Teachers' perception, interpretation, and decision-making: a systematic review of empirical mathematics education research. *Zdm*, 48(1), 1-27. <https://doi.org/10.1007/s11858-016-0775-y>
- Tall, D. (2002). The Psychology of Advanced Mathematical Thinking. In: Tall, D. (eds) *Advanced Mathematical Thinking*. Mathematics Education Library, 11 (pp. 3-21). Springer. https://doi.org/10.1007/0-306-47203-1_1
- Teixeira, J. (2015). *Um estudo diagnóstico sobre a percepção da relação entre educação financeira e matemática financeira*. [Tese de Doutorado em Educação Matemática, Pontifícia Universidade Católica de São Paulo]. <https://bit.ly/3u0zk72>
- Zan, R., Brown, L., Evans, J. y Hannula, M. S. (2006). Affect in Mathematics Education: An Introduction. *Educational Studies in Mathematics*, 63(2), 113-121. <https://bit.ly/3rX7OXi>

