ALTERIDAD
REVISTA DE EDUCACIÓN
p-ISSN:1390-325X / e-ISSN:1390-8642
http://alteridad.ups.edu.ec

CC BY NC SA

Julio-diciembre 2022
Vol. 17, No. 2, 208-223
https://doi.org/10.17163/alt.v17n2.2022.04

Conocimiento didáctico-matemático de algunos docentes sobre los números primos

Didactic-mathematical knowledge of some teachers about prime numbers

Cristian Fúneme, Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, Colombia (cristian.funeme@uptc.edu.co) (https://orcid.org/0000-0002-9158-427X)

Luz López, Universidad Pedagógica y Tecnológica de Colombia, Colombia (luz.lopez01@uptc.edu.co) (https://orcid.org/0000-0002-4867-4536)

Recibido: 2022-03-01 / **Revisado:** 2022-06-12 / **Aceptado:** 2022-06-16 / **Publicado:** 2022-07-01

Resumen

El estudio del conocimiento del profesor se ha convertido en una de las líneas de investigación más relevantes en la actualidad, considerando que engloba diferentes factores que tienen una implicación directa en los procesos de enseñanza y aprendizaje. Teniendo en cuenta lo anterior, el objetivo fue establecer el conocimiento del profesor de matemáticas sobre los números primos a través del Modelo del Conocimiento Didáctico-Matemático (CDM). Para esto se realizó un estudio de caso en el que se tomó como unidad de análisis a cinco docentes que desarrollan su labor en la educación básica secundaria de diversas instituciones educativas de Colombia. Para el diseño de instrumentos y el análisis de la información se tomaron los indicadores del conocimiento didáctico-matemático del modelo CDM y se diseñaron tres situaciones relacionadas con aspectos epistémicos, cognitivos, afectivos, interaccionales, mediacionales y ecológicos de los números primos. Del análisis realizado por docentes a las situaciones, emergieron elementos concretos que revelaron los conocimientos de profesores respecto a los números primos y algunos factores que evidencian la dificultad para manejar la conexión de este tipo de números con otros objetos de la matemática. Se concluye que el profesorado no logra dar al estudiantado una visión amplia del significado de estos números al desconocer elementos cognitivos y epistémicos que posibilitan su manejo en el aula.

Descriptores: Conocimiento, didáctica, enfoque ontosemiótico, indicador educativo, número primo, objeto matemático.

Abstract

The study of the teacher's knowledge has become one of the most relevant lines of research nowadays, considering that it encompasses different factors that have a direct implication in the teaching and learning processes. Considering the above, the objective was to establish the mathematics teacher's knowledge of prime numbers through the Didactic-Mathematical Knowledge Model (CDM). For this purpose, a case study was carried out in which five teachers who work in basic secondary education in different educational institutions in Colombia were taken as the unit of analysis. For the design of instruments and the analysis of the information, the indicators of didactic-mathematical knowledge of the CDM were taken and three situations related to epistemic, cognitive, affective, interactional, mediational, and ecological elements of prime numbers were designed. From the analysis made by the teachers to the situations, concrete elements emerged that revealed the teachers' knowledge regarding prime numbers and some factors that evidence their difficulty in handling the connection of this type of numbers with other objects of mathematics. In addition, it is concluded that teachers do not manage to give students a broad vision of the meaning of these numbers by not knowing cognitive and epistemic elements that make possible their management in the classroom.

Keywords: Knowledge, didactics, onto-semiotic approach, educational indicator, prime number, mathematical object.

Forma sugerida de citar: Fúneme, C. y López, L. (2022). Conocimiento didáctico-matemático de algunos docentes sobre los números primos. *Alteridad, (17)*2, 208-223. https://doi.org/10.17163/alt.v17n2.2022.04

1 Introducción

La didáctica de la matemática busca, entre otras cosas, entender las diferentes problemáticas que emergen en la enseñanza y aprendizaje de la matemática y cómo podrían solucionarse (Godino, 2021). En esta búsqueda se ha destacado la importancia de mejorar el proceso de formación docente (Ball, 2022; Ball *et al.*, 2008; Rowland *et al.*, 2005; Shulman, 1986), entendiendo que un docente competente para la enseñanza y aprendizaje de la matemática debe, por ejemplo, conocer múltiples formas de conceptualizar y representar el contenido matemático, comprender los aspectos clave de cada tema y ver conexiones con otros objetos del contexto intra y extra-matemático (Godino *et al.,* 2018). También es fundamental que conozca los orígenes, estructura y desarrollos curriculares, así como las direcciones del contenido (Ball, 2000; Kilpatrick *et al.*, 2001).

Dada la complejidad y amplitud de los objetos matemáticos, se puede focalizar la atención en el caso del aprendizaje y enseñanza de objetos concretos (D'Amore y Sbaragli, 2019). En este artículo se presenta el conocimiento de profesores de matemáticas sobre los números primos desde la visión del Modelo del Conocimiento Didáctico-Matemático (CDM). La elección de este objeto matemático se da al considerar que existen evidencias del desconocimiento por parte de algunos docentes sobre estrategias para mostrar a los y las estudiantes la importancia y utilidad de los números primos, por lo que deben recurrir a concepciones superficiales y anecdóticas que desencadenan en conceptualizaciones erradas (Bernaschini, 2017; Kiss, 2020; Zazkis y Lijedahl, 2004).

1.1 El Modelo del Conocimiento Didáctico-Matemático (CDM)

El CDM se ha desarrollado en el marco del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos (EOS), sistema teórico que posee fundamentos epistemológicos, ontológicos y metodológicos propios (Godino, 2022). Específicamente, en el EOS se considera que el aprendizaje de la matemática se da a través de la resolución de problemas (Godino *et al.,* 2020). En este sentido, la enseñanza es el proceso mediante el cual el profesor establece una trayectoria didáctica para el o los objetos matemáticos de los que se espera que el estudiante adquiera conocimiento (Godino *et al.*, 2008).

El proceso de enseñanza y aprendizaje de la matemática está cargado de una complejidad de múltiples dimensiones (personal, social, política, económica, psicológica, cognitiva, epistemológica, instruccional, etc.) y esto genera la necesidad de plantear fundamentaciones que abarquen cada una de ellas de manera profunda (Burgos *et al.*, 2018). El CDM se ha desarrollado considerando que el docente de matemáticas debe tener conocimiento sobre las seis facetas que definen un proceso de estudio (Godino, 2009; Pino-Fan *et al.*, 2014).

La primera de ellas es la faceta epistémica, donde se considera la representatividad de los significados que se desarrollan en el aula en contraste con el significado de referencia que existe de cada objeto matemático (Burgos y Godino, 2021). La faceta cognitiva aborda la proximidad de los significados y su relación con el desarrollo cognitivo de quien aprende; la faceta afectiva, la implicación de los y las estudiantes en la trayectoria determinada por el profesor (Beltrán-Pellicer y Godino, 2020; Hummes *et al.*, 2019).

En cuanto al conocimiento que debe poseer el docente de matemática sobre la enseñanza, aparecen las facetas interaccional y mediacional, la primera referida a la identificación y resolución de los conflictos cognitivos que surgen en el aprendizaje y la segunda a la adecuación de los recursos materiales y temporales (Giacomone *et al.*, 2019). Por último, La faceta ecológica vincula el conocimiento que debe tener el profesorado respecto al currículo, su implementación y ajuste a las demandas de la sociedad y del entorno de estudiantes (Castro y Pino-Fan, 2021).

Las anteriores facetas se hacen operativas a través del análisis de: las prácticas, acciones realizadas en la actividad matemática; configuraciones, descripción de objetos y procesos matemáticos que emergen en las prácticas; normas y metanormas, consideración de las reglas y hábitos que condicionan las prácticas; y finalmente la idoneidad, proceso de identificación de posibles mejoras en los procesos de instrucción. En el CDM el estudio y reflexión sobre cada faceta se concreta en los indicadores presentados en la figura 1.

Figura 1

Indicadores del CDM

Conocimiento del Contenido (común, especializado y ampliado)		
Faceta epistémica	**Indicadores**	**Denotación**
Conocimiento común	Resuelve la tarea.	FEp1
Conocimiento especializado:	Puesta en juego en las soluciones plausibles de la tarea y otras relacionadas.	FEp2
Tipos de problemas	Identifica las variables de la tarea; generaliza (particulariza) el enunciado.	FEp3
Lenguajes	Resuelve las tareas usando diferentes representaciones.	FEp4
Procedimientos	Resuelve las tareas usando diferentes procedimientos (intuitivos; formales).	FEp5
Conceptos/propiedades	Identifica los conceptos y propiedades puestas en juego en las soluciones.	FEp6
Argumentos	Explica y justifica las soluciones.	FEp7
Conocimiento ampliado: Conexiones.	Identifica posibles generalizaciones de la tarea y conexiones con otros temas más avanzados.	FEp8
Conocimiento del contenido en relación con los estudiantes		
Faceta cognitiva y afectiva	**Indicadores**	
Configuraciones cognitivas (estrategias, representaciones, enunciados, argumentaciones, ...).	Describe los tipos de configuraciones cognitivas que los alumnos han desarrollado al resolver la tarea (o tareas) propuesta.	FCA1
Errores, dificultades, conflictos de aprendizaje, concepciones.	Describe los principales tipos de conflictos de aprendizaje en la resolución de este tipo de tareas por los alumnos.	FCA2
Evaluación de aprendizajes.	Explicitar los significados personales de los alumnos al resolver este tipo de tareas o contenidos.	FCA3
Actitudes, emociones, creencias, valores.	Describe estrategias que se pueden implementar para promover que los alumnos se involucren en la solución de estas tareas.	FCA4
Conocimiento del contenido en relación con la enseñanza		
Faceta interaccional y mediacional	**Indicadores**	
Roles del profesor y de los estudiantes con relación a la tarea o contenido. Modos de interacción profesor – alumnos; alumnos –alumnos. Recursos materiales. Tiempo asignado.	Describe la configuración didáctica que implementarías usando la tarea matemática dada.	FIM1
Trayectoria didáctica (secuencia de configuraciones didácticas).	Describe otras tareas relacionadas con la dada y el modo de gestionar la trayectoria didáctica correspondiente.	FIM2
Conocimiento del currículo y conexiones intra e interdisciplinares		
Faceta ecológica	**Indicadores**	
Orientaciones curriculares.	Identifica los elementos del currículo que son abordados mediante la realización de la tarea(s) propuesta (fines, objetivos).	FEc1
Conexiones intradisciplinares.	Explica conexiones que se pueden establecer con otros temas del programa de estudio mediante la realización de la tarea,	FEc2
Conexiones interdisciplinares.	Explica conexiones que se pueden establecer con otras materias del programa de estudio mediante la realización de la tarea.	FEc3
Otros factores condicionantes.	Identifica factores de índole social, material, o de otro tipo, que condicionan la realización de la tarea o el desarrollo del proyecto educativo pretendido o implementado.	FEc4

Nota. Tomado y adaptado de Godino (2009).

 © 2022, Universidad Politécnica Salesiana, Ecuador.

2 Metodología

El enfoque asumido es el cualitativo, proceso de indagación flexible que tiene la intención de comprender el significado de las acciones de los sujetos que experimentan el fenómeno de interés (Bejarano, 2016). Además, el alcance de esta investigación es descriptivo, pues se recolectan y describen datos relacionados con la realidad educativa de cinco docentes de educación básica secundaria de instituciones educativas colombianas, los cuales son mencionados como: A, B, C, D y E. La elección de estos profesores no es probabilística, el único criterio tenido en cuenta fue la aceptación de la invitación que realizaron los investigadores a través de correo electrónico.

En cuanto a la obtención de la información, se realizó un encuentro de dos horas donde se implementó el análisis de la actividad didáctico-matemática en torno a las facetas del CDM. En este tipo de análisis se presenta a las y los profesores situaciones de aprendizaje para que analicen y reflexionen sobre cada uno de los indicadores del CDM (Godino *et al.*, 2007). En esta investigación se presentan tres situaciones-problemas que movilizan conocimiento didáctico-matemático sobre los números primos, al estar relacionadas con tres elementos del desarrollo histórico y epistémico de estos números: la búsqueda de algoritmos para la determinación de números primos, la inclusión o exclusión del 1 en este conjunto y el uso de los números primos en problemas relacionados con el máximo común divisor y el mínimo común múltiplo.

La estructuración de los datos se realizó mediante el análisis de categorías, en este caso, las seis facetas del modelo CDM. Se tomaron los datos textuales de las respuestas que dieron las y los profesores en cada una de las actividades, identificando aquellas manifestaciones que revelan los pensamientos, ideas y conocimiento de los participantes respecto a las categorías (Strauss y Corbin, 2002).

3 Resultados

En esta sección se presenta detalladamente las tres situaciones analizadas y su relación con las facetas del CDM y el nivel de conocimiento didáctico-matemático de las y los profesores participantes.

3.1 Análisis didáctico-matemático de situación 1

La primera situación se planteó con el objetivo de analizar qué es un número primo para las y los docentes, contemplando su relación con los números impares y la inclusión o no del número 1 como número primo. Esta situación es la siguiente:

Situación 1. Se pidió a los y las estudiantes de una institución educativa escribir los números primos menores que 10 y se obtuvieron las siguientes respuestas.

Tipo 1: 1, 2, 3, 5, 7.
Tipo 2: 2, 3, 5, 7.
Tipo 3: 3, 5, 7.

3.1.1 Faceta epistémica en situación 1

Se propuso a las y los profesores responder: ¿Cuál o cuáles respuestas debería aceptar el profesor como correctas? ¿Qué conceptos y/o propiedades matemáticas deben usar los alumnos para dar una solución correcta? Las cuales permiten abordar los componentes de conocimiento común y especializado. Las soluciones esperadas, respectivamente, eran:

- Las respuestas 1 y 2 son correctas. Esto teniendo en cuenta que el 1 puede ser considerado primo o no.
- División, divisibilidad, divisores, criterios de divisibilidad, número primo, descomposición, múltiplo, número par e impar, relación de orden, etc.

Todo el grupo participante respondió que la respuesta Tipo 2 era correcta, solo E indicó a la respuesta Tipo 3 como válida. Para la pregunta 2, A expresó que los conceptos a utilizar eran los divisores, múltiplos y criterios de divisibilidad; B indicó al número par e impar, divisores y criterios de divisibilidad; C a los números primos; D eligió a los números primos y pares; mientras que E respondió que eran necesarios los números naturales, múltiplos, divisores, factor, división y descomposición.

De dichas respuestas se destaca que ningún docente considera al número 1 como primo, solo 2 de ellos reconocen que el concepto de número primo es necesario para responder la situación y ninguno identifica que el empleo de la expresión "menor que" deba considerarse. Finalmente, el docente que indicó a la respuesta Tipo 3 como correcta, revela que no diferencia a los números primos de los impares.

3.1.2 Facetas cognitiva y afectiva en situación 1

Se planteó respecto a estas facetas: describir las posibles dificultades presentes en las respuestas incorrectas, que han llevado al alumnado a responder de manera errónea. La solución esperada era: si el docente indicaba que la respuesta Tipo 1 era correcta, entonces se esperaba que resaltara que el estudiante no lograba reconocer al 1 como un número primo y que existía dificultad para diferenciar los números primos de los impares. Si el docente había señalado que 2 era correcta, se esperaba que expresara la dificultad para reconocer que 1 no es primo. Finalmente, si indicaba que 3 era correcta, se prevé que identificara que la o el estudiante no reconoce que los números pares no son primos. Las respuestas fueron:

- A: Tal vez el estudiante tenga confusión en si el número 1 es o no número primo, podría confundirse en que es divisor de sí mismo y de uno. Para la respuesta tipo 3, tal vez tenga confusión en que los divisores de dos sean 1 y 2 y creería que por ser el primer número no se deba incluir.
- B: No diferenciar números pares e impares. No identificar los divisores de un número. No tener claridad en el concepto o características de número primo.
- C: Confunden números impares con números primos o no tienen clara la definición.
- D: La no realización de la actividad en clase y por lo tanto no cuentan con los conceptos definidos. Olvidan el concepto de número primo. Tablas de multiplicar y por tanto no determina los divisores.
- E: Manejo de conceptos, dificultad en dividir, dificultad en la descomposición de números, dificultad en la comprensión lectora.

El aspecto que resalta en las respuestas es que todo el profesorado hace alusión al manejo del concepto de número primo; sin embargo, no lo habían contemplado en la pregunta 1 de la faceta epistémica como algo necesario para solucionar la situación. Además, B plantea la necesidad de diferenciar entre números pares e impares, es decir, nuevamente confunde a los números primos e impares. Finalmente, A al tratar de explicar errores en el tipo de solución 3, no identificó que los números que se están presentando son impares.

3.1.3 Facetas mediacional e interaccional en situación 1

Para abordar estas facetas se planteó la pregunta ¿Qué estrategias utilizaría usted como profesor para orientar a aquellos alumnos que no han sabido resolver el problema? Explique detalladamente su respuesta. Como solución se esperaba la enunciación de estrategias como la resolución de problemas, el trabajo colaborativo, la explicación por parte del docente, el uso de material didáctico, desarrollo de actividades lúdicas, etc. Además de explicaciones del cómo en cada una de ellas se trabajarían los aspectos problemáticos en el aprendizaje del estudiante. Las respuestas fueron las siguientes:

 © 2022, Universidad Politécnica Salesiana, Ecuador.

- A: Pediría dividir cada número en uno, en él mismo y en los números anteriores a él, de tal manera que las divisiones que sean exactas son los valores que sirven. Reforzaría los conceptos de número primo y compuesto.
- B: Recordar el concepto o características de un número primo. Recordar e identificar los números pares e impares. Ejercitar mediante ejercicios sencillos el concepto de divisor de un número.
- C: Primero hacerles ver la diferencia entre número impar y número primo basándose en la definición y ejemplos.
- D: Reforzar tablas de multiplicar, proceso de división y divisores de un número. Definir y aclarar las propiedades de los números 2 y 1 con la definición de número primo. Crear una cartelera con el listado de los primeros números primos.
- E: Juegos didácticos. Videos. Ejercicios prácticos conociendo conceptos que le ayudarán a entender mejor el tema. Realización de actividades secuenciadas, donde ellos sigan instrucciones.

En estas respuestas se encuentra que cuatro profesores sostienen que la solución de las dificultades se logra con acciones del docente como la aclaración del concepto, el repaso de los algoritmos de la división y la multiplicación, la diferenciación de los números pares, impares y primos. Solo E contempla actividades de un carácter distinto, proponiendo estrategias de carácter lúdico; sin embargo, su respuesta se centra en enunciar estrategias y no aclara la relación con el objeto matemático, es decir, considera las estrategias como algo independiente del objeto.

3.1.4 Faceta ecológica en situación 1

Para finalizar el trabajo con la situación 1 se preguntó: ¿Para cuál o cuáles cursos considera usted pertinente este problema, de acuerdo con el currículo actual? En este aspecto se esperaba como respuesta que este objeto matemático puede ser trabajado en cualquier curso superior al cuarto grado de educación básica primaria, dado que esto es lo indicado en las directrices para el área de matemáticas de Colombia. Las respuestas fueron: A respondió grado tercero de primaria; B manifestó que a partir de grado cuarto; C expresó que en todos los grados de primaria y en sexto: D eligió tercero, cuarto y quinto de primaria; y finalmente E respondió que en quinto de primaria y sexto de secundaria.

De esta forma, se encuentra que solo B reconoce los cursos en los que se puede trabajar los números primos de acuerdo con el contexto curricular nacional. De los demás, solo E indica algunos grados adecuados, mientras que A, C y D indican grados en los cuales según las directrices curriculares y los conceptos matemáticos previos no resulta coherente abordar los números primos.

3.2 Análisis didáctico-matemático de situación 2

La segunda situación se propuso con el objetivo de analizar qué estrategias y procedimientos emplean las y los profesores para determinar una lista de números primos menores a un número dado y cómo lo presentan a sus estudiantes. Esta situación fue:

Situación 2. Escribir los números primos menores que 20.

3.2.1 Faceta epistémica en situación 2

Se planteó a las y los profesores: Resuelva el problema planteado ¿Qué limitaciones tiene la solución presentada por usted a los y las estudiantes? Las respuestas esperadas, respectivamente, eran:

- Solución 1: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19.
- Solución 2: 1, 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19.
- El método se vuelve poco eficiente al aumentar el límite superior.

Las respuestas se presentan en la figura 2.

Figura 2

Respuestas en faceta epistémica de situación 2

Profesor	Pregunta 1	Pregunta 2
A	2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19. Son los únicos que son divisibles en uno y en ellos mismos.	Le estoy dando muy pocas herramientas didácticas para facilitarle la solución del problema.
B	La respuesta al problema es 2, 3, 5 ,7, 11, 13, 17, 19 porque estos son los números menores de 20 que solo son divisible por sí mismos y por la unidad.	No responde.
C	2,3,5,7,11,13,17 y 19 tienen solo dos divisores.	Que se confundan impares con primos.
D	No responde.	Para resolver este problema tendría en cuenta las actividades, análisis y estrategias del punto anterior. De ser necesario, se realizaría nuevamente la actividad desarrollada en clase, pero de forma individual para asegurar que se realice y se comprendan los procesos.
E	No responde.	Así como la presento los estudiantes lo verán imposible si no saben los números primos.

Se encuentra que solo las y los docentes A, B y C resolvieron la situación planteada, lo que evidencia la incertidumbre de D y E sobre la manera correcta de responder. En cuanto a la pregunta, únicamente A logró identificar una posible dificultad con lo que realiza, al explicar que carece de estrategias para presentar la solución, mientras que C, D y E respondieron de manera evasiva centrándose en los errores que pueden cometer los y las estudiantes y no en sus propias acciones. Finalmente, B no logró expresar las limitaciones de su respuesta.

3.2.2 Facetas cognitiva y afectiva en situación 2

Se indicó a las y los profesores: describa las posibles dificultades que pueden llevar a las y los estudiantes a responder de manera errónea. De lo cual, se esperaba que ellos plantearan dificultades como la confusión de los números primos con otros conjuntos como los números impares, la inclusión o no del 1 como número primo, la falta de un algoritmo eficiente de generación de números primos, el desconocimiento del concepto de número primo o la imposibilidad de calcular los números solicitados por falta de dominio de objetos matemáticos previos. Las respuestas que se obtuvieron son:

- A: No tener claro el concepto de número primo, no conocer divisores y múltiplos de un número. No saber dividir.
- B: Algunas de las posibles dificultades podrían ser: No diferenciar números pares e impares, no identificar los divisores de un número, no tener claridad en el concepto o características de número primo.
- C: Confunden números impares con números primos o no tienen clara la definición.
- D: No responde.
- E: El no tener conceptos claros.

De estas respuestas se observa que tres docentes (A, B y C) coinciden en que se debe tener claro los conceptos previos como: múltiplos, divisores, números pares e impares. Sin embargo, solo A reconoce la necesidad de la comprensión del concepto de número primo. Además, D no logró establecer posibles dificultades en la solución de la situación y E da una respuesta poco específica, por lo cual no evidencia una comprensión de lo que puede ocurrirle al estudiantado al afrontar esta situación.

 © 2022, Universidad Politécnica Salesiana, Ecuador.

3.2.3 Facetas mediacional e interaccional en situación 2

Para abordar estas facetas se cuestionó: ¿Qué tipo de recurso utilizaría para presentar la solución del problema?, ¿Qué preguntas haría a sus estudiantes luego de presentar la solución?, ¿Cómo evaluaría los aprendizajes logrados? Las respuestas esperadas, respectivamente, eran:

- La criba de Eratóstenes, aplicativos virtuales, actividades lúdicas, el tablero, tablas de multiplicación, etc.
- Preguntas como: ¿Qué dificultades observaron en su desarrollo? ¿Qué estrategias de solución utilizarían? ¿El desarrollo de alguna de ellas no quedó claro? ¿Qué se puede concluir con lo anterior? ¿Qué relaciones y diferencias encuentran con otros conjuntos numéricos como los números naturales, pares, impares, múltiplos de un número, etc.? Entre otras.
- La enunciación explícita de estrategias como la evaluación continua, la autoevaluación, la coevaluación, o la implementación de cuestionarios, tareas, problemas y ejercicios, entre otros.

Las respuestas se presentan en la figura 3.

Figura 3

Respuestas en facetas mediacional e interaccional en situación 2

Profesor	Pregunta 1	Pregunta 2	Pregunta 3
A	Como los valores no son tan altos. Me apoyaría en las tablas de multiplicar de tal manera que verifiquemos números primos y de la misma manera los números compuestos. Es decir, buscaríamos si en las tablas de multiplicar hay más de dos valores que nos generen dicho número. Ejemplo: para trece solo está la combinación 1x13 y 13 x1, mientras que para números como 12 está 12x1, 1 x12, 4x3, 3x4, 6x2 y 2x6.	Indagaría a cerca de las posibles causas qué los llevo a no contestar de manera acertada. Preguntaría si en realidad recuerdan procesos de multiplicación y división. Preguntaría si en realidad conocen la definición de un número primo.	La evaluación debe constante, y con este tema se evaluaría temas vistos anteriormente.
B	La solución de este problema puede ser presentada mediante la socialización de la tabla de números primos (criba de Eratóstenes) junto con un pequeño juego de comprobación de características de cada número primo en mención.	Preguntaría por las dificultades iniciales confrontadas con la solución.	Los aprendizajes logrados se pueden evaluar de manera oral preguntando por algunos números si son primos o no, al igual que de manera escrita haciendo ejercicios de construir otros números mediante sumas o productos de números primos.
C	Una actividad donde todos tengan intervenir y opinar.	Definición y ejemplos.	Preguntas aleatorias.
D	No responde.	Como se sintieron con el desarrollo de la guía. ¿Porque razón consideran que fallaron? Que conceptos no quedaron claros y que consideran que debemos reforzar.	Disposición, participación y desempeño durante las actividades de clase Presentación de cada una de las actividades propuestas en clase. (cuaderno – carteleras). Sustentación verbal y aplicación de los conceptos aprendidos en clase. (evaluación escrita).
E	Por medio de la tabla de donde los estudiantes deducen los números primos siguiendo instrucciones.	Realizarlo, qué estrategia utilizaron, cómo lo lograron.	Que habilidades alcanzaron o demostraron durante el desarrollo de la actividad.

Respecto a la pregunta 1, se destaca que B y E mencionan la Criba de Eratóstenes (aunque E no recuerda el nombre), mientras que A utilizaría las tablas de multiplicar y el C no logra hacer explícito algún instrumento. De lo anterior, se observa un conocimiento limitado de instrumentos que se relacionen con el aprendizaje y enseñanza de los números primos.

En cuanto a la pregunta 2, A y B enfatizan en la necesidad de abordar las dificultades enfrentadas por el estudiantado, mientras que C expresa que recurriría al cuestionamiento sobre aspectos conceptuales de los números primos sin especificar cómo lo haría. Por su parte, D recalcaría en aspectos normativos como las emociones y necesidades del estudiantado. Finalmente, E profundizaría sobre las estrategias que utilizaron los y las estudiantes cuando resolvieron la situación.

En el interrogante final, A, C y E no logran expresar de manera precisa cómo evaluarían, dando respuestas genéricas, mientras que B y D plantean de manera detallada las estrategias e instrumentos que utilizarían, pero omiten qué aspectos del objeto matemático abordarían.

3.2.4 Faceta ecológica en situación 2

Para finalizar el análisis de la situación 2 se preguntó: ¿Para cuál curso considera usted pertinente este problema, de acuerdo con el currículo actual? Como respuesta se esperaba que expresaran que la situación puede trabajarse en cursos superiores a grado cuarto, ya que es un objeto matemático que tiene relación con temáticas de niveles de formación superiores.

Lo indicado por las y los profesores fue: para A el grado pertinente es tercero de primaria; B expresó que cualquier grado a partir de cuarto de primaria; C eligió a todos los grados de primaria y sexto de educación secundaria; D no dio una respuesta; y E indicó al grado sexto de educación secundaria. En estas respuestas se encuentra que solo B reconoce los cursos en los que se puede trabajar los números primos de acuerdo con el contexto curricular nacional y a la naturaleza del objeto matemático. De los demás, solo E indica un grado adecuado, pero omite que puede ser abordado en otros niveles, mientras que A y C indican grados en los cuales, según las directrices curriculares y los conceptos matemáticos previos necesarios al abordar los números primos, no resulta coherente abordar este objeto matemático.

3.3 Análisis didáctico-matemático de situación 3

La situación número tres se planteó con el objetivo de analizar si las y los profesores reconocían la conexión de los números primos con otros objetos matemáticos, específicamente los objetos mínimo común múltiplo, máximo común divisor, descomposición en factores primos y divisibilidad. La situación es:

Situación 3. Se pidió al estudiantado de una institución resolver el siguiente problema: María ha decidido hacer pulseras y quiere adornarlas con perlas. Si tiene 24 perlas blancas y 36 azules, y quiere hacer el máximo número de pulseras posibles de manera que: Use todas las perlas, todas las pulseras tengan la misma cantidad de perlas, todas las manillas tienen perlas de los dos colores. ¿Cuántas pulseras podrá hacer?

3.3.1 Faceta epistémica en situación 3

Para esta faceta se pregunta: ¿Con cuáles conceptos previos y más avanzados del currículo escolar relaciona el contenido involucrado en la resolución de este problema? Para lo cual se esperaban respuestas como: entre los conceptos previos, números naturales, división, multiplicación, divisores de un número, criterios de divisibilidad, múltiplos de un número, número par e impar, simplificación de fracciones; para los más avanzados podrían mencionarse el máximo común divisor, mínimo común múltiplo, factorización, números racionales, entre otros. Las respuestas fueron:

 © 2022, Universidad Politécnica Salesiana, Ecuador.

- A: Múltiplos, divisores, números primos y números compuestos, descomposición en factores primos y mínimo común múltiplo.
- B: Números pares e impares, divisor de un número, números primos, números compuestos, descomposición en factores primos, criterios de divisibilidad, máximo común divisor.
- C: números primos, descomposición y lógica matemática.
- D: M.C.D. y criterios de divisibilidad.
- E: Descomposición factorial y mínimo común múltiplo.

En las respuestas se logran identificar varios de los conceptos previos esperados, aspecto que no ocurre con los conocimientos más avanzados. De hecho, las y los profesores no lograron hacer explícito cuáles consideran como previos y cuáles como más avanzados. Entre los conceptos previos se resalta que ningún profesor identificó alguna relación entre números primos y fracciones, objetos matemáticos presentes desde la educación básica primaria. Además, aunque en el análisis de la situación 1 y las respuestas de los demás interrogantes hacen bastante énfasis en dificultades relacionadas con el manejo de los diversos conjuntos numéricos, solo B menciona este aspecto.

3.3.2 Facetas cognitiva y afectiva en situación 3

Para estas facetas se dio la siguiente indicación: señale las posibles dificultades presentes en las respuestas incorrectas. La solución esperada fue: no tener en cuenta que para realizar la descomposición en factores se utilizan los números primos y no números compuestos; no conocer el algoritmo para calcular el máximo común divisor; la falta de conocimiento sobre los números primos; entre otras. Las respuestas fueron:

- A: Decide hacer máximo común divisor por separado y no tiene en cuenta el orden de la descomposición. No tiene claro la definición de descomposición en factores primos y busca un divisor que se le facilite.
- B: Algunas de las posibles dificultades podrían ser: No tener claridad en el concepto o características de número primo, No tener claridad que el proceso de descomposición se debe hacer únicamente empleando números primos y de menor a mayor.
- C: No tienen claro que las descomposiciones se deben hacer solo con números primos.
- D: No tener claro los conceptos de M.C.D. No recordar el listado de los números primos o la forma de encontrarlos. Comprensión lectora.
- E: Manejo de operaciones elementales.

En lo expresado por las y los docentes se encuentra que ninguno logró identificar que en cada tipo de solución existía diferentes errores y dificultades, por lo cual presentan una visión global de dificultades relacionadas con el problema, pero no con las particularidades de cada solución; más aún, ninguno encontró que existía una solución correcta. Adicionalmente, con excepción de., quien otorga una respuesta sin especificidad, todos enfatizan que no existía claridad en el manejo de la descomposición en factores primos, pero no expresaron qué aspecto de esa descomposición es el que falla en cada solución.

3.3.3 Facetas mediacional e interaccional en situación 3

Para finalizar el análisis de la situación 3 se preguntó: ¿Qué estrategia utilizaría para remediar los errores encontrados? Se esperaban soluciones como: retomar la situación planteada y desarrollarla paso a paso, aclarar la necesidad de hacer la descomposición en números primos, abordar el concepto de número primo, solicitar la socialización de las respuestas correctas de los y las estudiantes, entre otras. Las respuestas fueron:

- A: Recordaría nuevamente descomposición en factores primos. Recordaría nuevamente el proceso para determinar el máximo común divisor de dos o más números.
- B: Algunas de las estrategias empleadas podrían ser: aclaración del concepto o características de número primo. Ratificar que el proceso de descomposición se debe hacer únicamente empleando números primos y de menor a mayor.
- C: Reforzar concepto y aplicación de números primos.
- D: Desarrollar la corrección de la actividad, enfatizando en los errores cometidos para así realizar los refuerzos correspondientes.
- E: Manejar material concreto.

De lo mencionado por las y los profesores se encuentra que A, B y C centran su atención en la necesidad de abordar los aspectos conceptuales de forma que olvidan por completo la situación problema, mientras que D recurriría a la solución de la situación planteada abordando los errores cometidos, pero omite el papel de aquellos que la resolvieron de forma adecuada. Finalmente, E recurriría a material de apoyo para la solución, pero no explica por qué y cómo esto ayudaría o no a que los y las estudiantes identificaran sus errores.

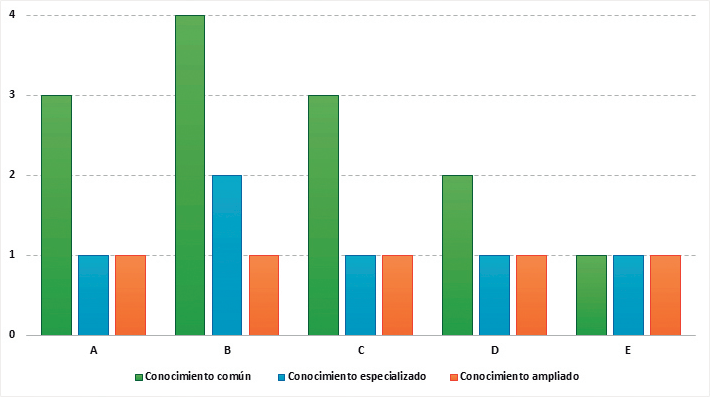
3.4 Clasificación del conocimiento

A partir de los indicadores presentados en la figura 1 y de las respuestas a las preguntas planteadas respecto a los números primos, se clasifica el conocimiento didáctico-matemático de cada docente como nivel nulo (0), nivel bajo (1), nivel medio (2), nivel alto (3) y nivel avanzado (4) en cada una de las facetas del CDM. Para iniciar, la clasificación del nivel de conocimiento en la faceta epistémica se presenta en la figura 4.

Figura 4

Clasificación de conocimiento en faceta epistémica

Faceta Epistémica	Conocimiento del Contenido (común, especializado y ampliado)																															
Indicador	Profesor																															
	A					B					C					D					E										
	0	1	2	3	4	0	1	2	3	4	0	1	2	3	4	0	1	2	3	4	0	1	2	3	4
FEp1				x						x				x				x				x			
FEp2			x					x				x					x					x			
FEp3		x						x				x					x						x		
FEp4		x					x					x					x					x			
FEp5		x					x					x					x					x			
FEp6			x					x				x					x					x			
FEp7		x						x				x					x					x			
FEp8		x					x					x					x					x			



 © 2022, Universidad Politécnica Salesiana, Ecuador.

Se encuentra entonces que A y C tienen un conocimiento común alto, B avanzado, D medio y E bajo. Lo que implica que, a excepción de E, las y los participantes cuentan con el conocimiento necesario para resolver situaciones relacionadas con el manejo de los números primos en el contexto escolar correspondiente al grado sexto de educación básica secundaria en Colombia.

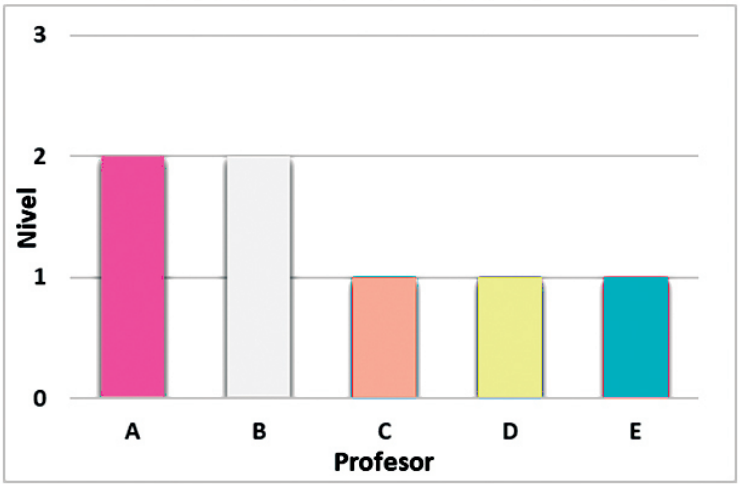
Sin embargo, en la valoración del conocimiento especializado B obtuvo un nivel medio y los demás un nivel bajo, debido a que el tipo de soluciones que pueden ofrecer a las situaciones carecen del manejo de diversidad de representaciones, estrategias y conexiones con otros objetos matemáticos. Este bajo nivel también aparece en el conocimiento ampliado, donde ningún profesor logró relacionar a los números primos con temáticas u objetos matemáticos más avanzados en el currículo escolar.

Respecto a las facetas cognitiva y afectiva, la valoración presentada en la figura 5 muestra que A y B alcanzan un nivel de conocimiento medio y los demás un nivel bajo. La principal falencia encontrada es la dificultad para hacer explícitos los significados personales de los y las estudiantes al resolver situaciones que abordan los números primos. Aspecto que se conecta con otro indicador problemático, no promover acciones que involucren al estudiantado en la solución de dichas situaciones.

Figura 5

Clasificación de conocimiento en facetas cognitiva y afectiva

Facetas cognitiva y afectiva	Conocimiento del contenido en relación con los estudiantes																								
Indicador	Profesor																								
	A					B					C					D					E				
	0	1	2	3	4	0	1	2	3	4	0	1	2	3	4	0	1	2	3	4	0	1	2	3	4
FC1			x					x					x				x						x		
FC2			x					x				x					x					x			
FC3			x				x					x					x					x			
FC4		x					x					x					x					x			



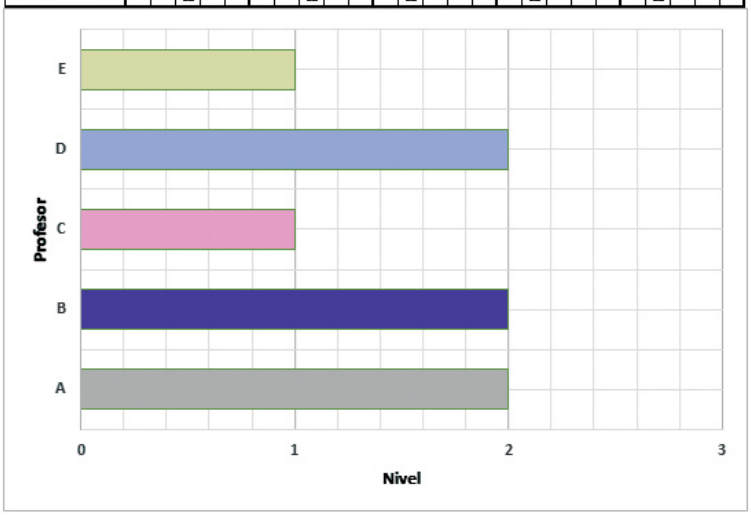
Por otra parte, en las facetas interaccional y mediacional, que se presenta en la figura 6, se hace explícito que A, B y D tienen un nivel de conocimiento medio, pues logran describir la manera en que desarrollarían sus acciones de enseñanza para abordar situaciones asociadas a los números primos. Dicho aspecto no fue logrado por C y E, quienes se ubican en el nivel bajo.

Se destaca que el aspecto que no permite que los participantes lleguen a un nivel de conocimiento avanzado es que no lograron asociar sus acciones de enseñanza con la articulación de diversas situaciones, por lo contrario, todos los ellos enfatizaron en la necesidad de solucionar las dificultades de los y las estudiantes desde la misma situación en la que emergieron.

Figura 6

Clasificación de conocimiento en facetas interaccional y mediacional

Facetas interaccional y mediacional	Conocimiento del contenido en relación con la enseñanza																								
Indicador	Profesor																								
	A					B					C					D					E				
	0	1	2	3	4	0	1	2	3	4	0	1	2	3	4	0	1	2	3	4	0	1	2	3	4
FIM1				x					x				x						x				x		
FIM2			x					x				x					x					x			



Finalmente, en la exploración de la faceta ecológica se establece que todos los y las docentes participantes poseen un conocimiento de nivel bajo, dado que no logran identificar los niveles académicos o grados en los que los números primos están presentes, ya sea como objeto central de estudio o como objeto que se conecta con otros. Además, ninguno logra hacer explícitos los factores que condicionan la relación de los números primos con sus propiedades, la resolución de problemas, ni tampoco con la dinámica social, cultural y científica que hay en torno a ellos.

4 Discusión y conclusiones

Respecto a la faceta epistémica se encontró que la falta de conocimiento avanzado radica, como explican D'Amore y Fandiño (2005), en el hecho del desconocimiento del desarrollo histórico y epistemológico de los números primos, lo que implica no asumir posiciones comprometidas y significativas respecto a ellos. A su vez, la dificultad para establecer conexión con otros objetos matemáticos puede tener origen en una concepción de la matemática en la que el profesorado desconoce que los objetos matemáticos no son entes aislados; por el contrario, están en constante relación (Bagni, 2006; Bagni y D'Amore,

 © 2022, Universidad Politécnica Salesiana, Ecuador.

2005). En este caso, el desconocimiento de la conexión de los números primos con otros objetos genera una conciencia débil en el profesorado de lo que estos números ofrecen matemática y didácticamente (Grugnetti y Rogers, 2000).

En las facetas cognitiva y afectiva, se identificó como principal obstáculo el no poder establecer mecanismos para involucrar a estudiantes en la solución de situaciones relacionadas con los números primos. Radford (2020, 2021) sostiene que esto se debe a que las creencias y concepciones del profesorado, respecto al papel de estudiantes y del docente, los ubica como polos opuestos en los que el aprendizaje es un atributo exclusivo del estudiante y, por tanto, es natural que el docente no tenga que implicarse en despertar el interés del estudiante por el aprendizaje.

En lo referente a las facetas mediacional e interaccional, se evidenció en las y los profesores la dificultad para gestionar diversas trayectorias didácticas en función de las necesidades, dificultades, errores y obstáculos que puede enfrentar el estudiantado. Este aspecto emerge a partir del fuerte arraigo de la necesidad de catalogar lo que observan a través de calificativos como bueno o malo, correcto o incorrecto, entre otros, pero no consideran necesario ni oportuno dar espacio para el reconocimiento de descripciones y razonamientos más profundos que permitan establecer posibilidades de mejora (Breda *et al.*, 2018; Font, 2011; Oyarzún y Soto, 2020).

En la faceta ecológica se encuentra que la principal dificultad para las y los docentes es el reconocimiento de las conexiones entre los números primos y el entorno del estudiantado. De Gamboa *et al.* (2015) explican que esto obedece a dos tipos de creencias, la primera, que la acción del profesor de matemática obedece exclusivamente al desarrollo del aprendizaje de la propia disciplina, obviando así la necesidad de ofrecer al estudiante conexiones con otras disciplinas; y la segunda, que las conexiones matemáticas resultan complejas para los y las estudiantes y por ello no es prudente presentarlas (D'Amore y Radford, 2017; Llinares, 2016).

Los resultados particulares de cada faceta permiten establecer como conclusión de esta investigación, que el modelo CDM permite identificar el conocimiento didáctico matemático del profesorado respecto a los números primos, lo cual resulta fundamental en la intención de la didáctica de la matemática de establecer criterios para mejorar los procesos de formación docente. Además, la posibilidad de establecer el conocimiento posibilita, a educadores e investigadores, el desarrollo de procesos de reflexión y mejora de las prácticas didácticas.

Referencias bibliográficas

Bagni, G. (2006). Some cognitive difficulties related to the representations of two major concepts of set theory. *Educational Studies in Mathematics*, *62*(3), 259-280. https://doi.org/10.1007/s10649-006-8545-3

Bagni, G. y D'Amore, B. (2005). Epistemologia, sociologia, semiotica: la prospettiva socioculturale. *La matematica e la sua didattica*, *19*(1), 73-89. https://bit.ly/394NHzT

Ball, D. (2000). Bridging practices: Intertwining content and pedagogy in teaching and learning to teach. *Journal of Teacher Education*, *51*, 241-247. https://doi.org/10.1177/0022487100051003013

Ball, D. (2022). Possible futures: Coming to terms with the power of teaching. *Phi Delta Kappan*, *103*(7), 51–55. https://doi.org/10.1177%2F00317217221092236

Ball, D., Thames, M. y Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education*, *59*(5), 389-407. https://doi.org/10.1177/0022487108324554

Beltrán-Pellicer, P. y Godino, J. (2020). An onto-semiotic approach to the analysis of the affective domain in mathematics education. *Cambridge Journal of Education*, *50*(1), 1-20.

Bejarano, M. (2016). La investigación cualitativa. *INNOVA Research Journal*, *1*(2), 1-9. https://doi.org/10.33890/innova.v1.n2.2016.7

Bernaschini, E. (2017). Números primos: una historia sin fin. *Revista de Educación Matemática*, *32*(3), 29-36. https://bit.ly/37Yg5D1

Breda, A., Font, V. y Pino-Fan, L. (2018). Criterios valorativos y normativos en la Didáctica de las Matemáticas: el caso del constructo idoneidad didáctica. *Bolema, 32*(60), 255-278. https://doi.org/10.1590/1980-4415v32n60a13

Burgos, M., Beltrán-Pellicer, P., Giacomone, B. y Godino, J. (2018). Conocimientos y competencia de futuros profesores de matemáticas en tareas de proporcionalidad. *Educação e Pesquisa*, *44*, 1-22. https://doi.org/10.1590/s1678-4634201844182013

Burgos, M. y Godino, J. (2021). Assessing the epistemic analysis competence of prospective primary school teachers on proportionality tasks. *International Journal of Science and Mathematics Education*. https://doi.org/10.1007/s10763-020-10143-0

Castro, W. y Pino-Fan, L. (2021). Comparing the didactic-mathematical knowledge on the derivative of in-service and preservice teachers. *Acta Scientiae*, *23*(3), 34-99. https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.5842

D'Amore, B. y Fandiño, M. (2005). Storia ed epistemologia della matematica basi etiche. *La matematica e la sua didattica, 19*(4), 503-515. https://bit.ly/3v2vpYB

D'Amore, B. y Radford, L. (2017) *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: problemas semióticos, epistemológicos y prácticos*. Universidad Distrital Francisco José de Caldas. https://bit.ly/3Mca7gG

D'Amore, B. y Sbaragli, S. (2019). *La Matemática e la sua storia dal rinascimento al XVIII secolo (Vol. III)*. Edizioni Dedalo.

De Gamboa, G., Badillo, E. y Ribeiro, M. (2015). El horizonte matemático en el conocimiento para la enseñanza del profesor: geometría y medida en educación primaria. *PNA, 10*(1), 1-24. https://doi.org/10.30827/pna.v10i1.6093

Font, V. (2011). Competencias profesionales en la formación inicial de profesores de matemáticas de secundaria. *Unión, 26*, 9-25. https://bit.ly/3Eo89He

Giacomone, B., Beltrán, P. y Godino, J. (2019). Cognitive analysis on prospective mathematics teachers' reasoning using area and tree diagrams. *International Journal of Innovation in Science and Mathematics Education*, *27*(2), 18-32. https://doi.org/10.30722/ijisme.27.02.002

Godino, J. (2009). Categorías de análisis de los conocimientos del profesor de matemáticas [Categories for analysing the knowledge of mathematics teachers]. *Unión, Revista Iberoamericana de Educación Matemática, 20*, 13-31. https://bit.ly/3uSnv3A

Godino, J. (2021). Hibridación de teorías en el sistema teórico del enfoque ontosemiótico. *La matematica e la sua didattica*, *29*(2), 159-184. https://bit.ly/3MfS8G4

Godino, J. (2022). Emergencia, estado actual y perspectivas del enfoque ontosemiótico en educación matemática. *Revista Venezolana de Investigación en Educación Matemática (REVIEM)*, *2*(2), 1-24. https://doi.org/10.54541/reviem.v2i2.25

Godino, J., Batanero, C. y Font, V. (2007). The onto-semiotic approach to research in mathematics education. *ZDM. The International Journal on Mathematics Education*, *39*(1-2), 127-135. https://doi.org/10.1007/s11858-006-0004-1

Godino, J., Batanero, C. y Font, V. (2008). Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática. Acta Scientiae. *Revista de Ensino de Ciências e Matemática*, *10*, 7-37. https://bit.ly/3KWpfi4

Godino, J., Batanero, C. y Font, V. (2020). El enfoque ontosemiótico: Implicaciones sobre el carácter prescriptivo de la didáctica. *Revista Chilena de Educación Matemática*, *12*(2), 3-15. https://doi.org/10.46219/rechiem.v12i2.25

Godino, J., Giacomone, B., Font, V. y Pino-Fan, L. (2018). Conocimientos profesionales en el diseño y gestión de una clase sobre semejanza de triángulos. Análisis con herramientas del modelo CCDM. *AIEM. Avances de Investigación en Educación Matemática*, *13*, 63-83. https://doi.org/10.35763/aiem.v0i13.224

Grugnetti, L. y Rogers, L. (2000). Philosophical, multicultural, and interdisciplinary issues. En J. Fauvel y J. Maanen (eds.), *History in Mathematics Education* (pp. 39-62). Kluwer. http://dx.doi.org/10.1007/0-306-47220-1_2

 © 2022, Universidad Politécnica Salesiana, Ecuador.

Hummes, V., Font, V. y Breda, A. (2019). Uso combinado del estudio de clases y la idoneidad didáctica para el desarrollo de la reflexión sobre la propia práctica en la formación de profesores de matemáticas. *Acta Scientiae*, *21*(1), 64-82. https://doi.org/10.17648/acta.scientiae.v21iss1id4968

Kilpatrick, J., Swafford, J. y Findell, B. (2001). *Adding it up: Helping children learn mathematics*. National Academy Press. https://doi.org/10.17226/9822

Kiss, A. (2020). Prime building blocks in the mathematics classroom. *Teaching Mathematics and Computer Science*, *18*(4), 217-228. https://doi.org/10.5485/tmcs.2020.0493

Llinares, S. (2016). ¿Cómo dar sentido a las situaciones de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas? Algunos aspectos de la competencia docente del profesor. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, *11*(15), 57-67. https://bit.ly/3MiSjjR

Oyarzún, C. y Soto, R. (2021). La improcedencia de estandarizar el trabajo docente: Un análisis desde Chile. *Alteridad*, *16*(1), 105-116. https://doi.org/10.17163/alt.v16n1.2021.08

Pino-Fan, L., Font, V. y Godino, J. (2014). El conocimiento didáctico-matemático de los profesores: Pautas y criterios para su evaluación y desarrollo. En C. Dolores, M. García, J. Hernández y L. Sosa (eds.), *Matemática educativa: La formación de profesores* (pp. 137-151). Ediciones Díaz de Santos. https://bit.ly/3uSNgky

Radford, L. (2020). El aprendizaje visto como saber y devenir: una mirada desde la teoría de la objetivación. *REMATEC: Revista de Matemática, Ensino e Cultura*, *15*(36), 27-42. https://doi.org/10.37084/rematec.1980-3141.2020.n16.p27-42.id306

Radford, L. (2021). Reimaginar el aula de matemáticas: Las matemáticas escolares como praxis emancipadora. *Revista Chilena de Educación Matemática, 13*(2), 44-55. https://doi.org/10.46219/rechiem.v13i2.88

Rowland, T., Huckstep, P. y Thwaites, A. (2005). Elementary teachers' mathematics subject knowledge: The knowledge quartet and the case of Naomi. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *8*(3), 255-281. https://doi.org/10.1007/s10857-005-0853-5

Shulman, L.S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, *15*(2), 4-14. https://doi.org/10.3102/0013189x015002004

Strauss, A. y Corbin, J. (2002). *Bases de la investigación cualitativa. Técnicas y procedimientos para desarrollar la Teoría Fundamentada*. Universidad de Antioquia.

Zazkis, R. y Lijedahl, P. (2004). Understanding Primes: The Role of Representation. *Journal for Research in Mathematics Education*, *35*(3), 164-186. https://doi.org/10.2307/30034911